

① Sia $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ t.c.

$$[F]_{st} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Sia $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Scrivere $[F]_{v_1, v_2}^{v_1, v_2}$, $[F]_{st}^{st}$, $[F]_{st}^{v_1, v_2}$

$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$

② Data F come nell'esercizio 1,
calcolare i suoi autovalori e trovare,
se possibile, una base di $\mathbb{R}^2$ costituita
da autovettori $\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 2$
BASE $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

③ Qual è il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & -5 \\ 4 & 9 & 18 & 25 \\ 8 & 27 & 54 & -125 \end{pmatrix}$$

rango 3

④ Quanti sono i sottoinsiemi A di $\{1, 2, \dots, 100\}$ t.c. $|A| = 2$ e in A non ci sono numeri consecutivi?

⑤ Quante sono le coppie (A, B) t.c. $\binom{100}{2} - 99$
 $A \subset \{1, 2, \dots, 100\}$
 $B \subset \{1, 2, \dots, 100\}$ e

$A \cap B$ non contiene numeri dispari? $4^{50} \cdot 3^{50}$

⑥ (BABY RSA)

Tutti sanno che per inviare un messaggio a B possono usare il modulo 77 e l'esponente pubblico 17.

a) Qual è l'esponente che B deve usare per decodificare i messaggi? 53

b) Se a B arriva il messaggio criptato 45, qual era il messaggio originale? 12

$$45^{53} \equiv ? \pmod{77}$$